

УДК 621.318

В.И.КРАВЧЕНКО, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;
Ф.ВЛОСЕВ, канд. техн. наук., науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
И.В.ЯКОВЕНКО, д-р физ.-мат.наук, главн. науч. сотр, НТУ «ХПИ»

ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В 2 –D ЭЛЕКТРОННЫХ СТРУКТУРАХ ТОКАМИ, НАВЕДЕННЫМИ ВНЕШНИМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Побудовано теорію взаємодії потоку заряджених часток з плазмонами, які існують у двовірному електронному 2D газі. Припускається, що електрони у потоці, який перетинає область локалізації 2D газу, являє собою хвильовий пакет, енергетична ширина якого мала у порівнянні з енергією плазмона. Тому їх взаємодію з полем плазмона необхідно описувати рівняння Шредінгера. Отримано рівняння, що характеризує зміну амплітуди поля плазмона, та знайдено інкремент нестійкості.

A theory of interaction of charged flow with plasmons existing in two-dimentional (2D) electron gas is constructed. It is supposed that electrons in the flow that crosses a localization region of 2D gas represents a wave pacet. The energy width of wich is small as compared with plasmon energy. Therefore their interaction with the plasmon field is described by the Shrodinger equation. In the present worc an equation is obtained characterizing the change of the plasmon field and the instability increment is found.

Построена теория взаимодействия потока заряженных частиц с плазмонами, которые существуют в двухмерном электронном 2D газе. Предполагается, что электроны в потоке, который пересекает область локализации 2D газа, представляет собой волновой пакет, энергетическая ширина которого мала по сравнению с энергией плазмонов. Поэтому их взаимодействие с полем плазмонов необходимо описывать уравнением Шредингера. Получены уравнения, характеризующие изменение амплитуды поля плазмонов, и найдены инкременты неустойчивости.

Введение. Известно, что интерес к структурам, в которых образуется двумерный (2D) электронный слой, связан с их уникальными свойствами (квантовый эффект Холла. Особенности фазовых переходов и т.д.) В последние годы в связи с созданием наноструктур исследования этих свойств становятся особенно актуальными. В частности при определении механизмов формирования ультратонких слоев важным является изучение плазменных колебаний, обусловленных коллективным поведением 2D газа. В настоящей работе исследуется механизм взаимодействия потока заряженных частиц, наведенных внешним электромагнитным излучением с плазменными колебаниями 2D электронного слоя. При этом основное внимание уделялось влиянию границы на поведение частиц пучка.

Основные результаты. Рассмотрим плазмоподобный слой толщиной $2a$, окруженный средами с диэлектрическими постоянными ε_1 и ε_2 . Пусть ось Ox направленно параллельно, а Oy – перпендикулярно границам слоя, так что слой занимает пространство $-a \leq y \leq a$. Поведение электронов будем описывать уравнением Шредингера:

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_k}{\partial y^2} \right) + (\varepsilon_k - U(y)) \psi_k = 0, \quad (1)$$

где ε_k – энергия частицы, m_e – эффективная масса, $V(y)$ – потенциальный барьер: $U(y) = -U_0$ при $-a \leq y \leq a$. Вне слоя $y > a$, $y < -a$ потенциальный барьер отсутствует. Покажем, что в поле этого потенциала существуют поверхностные электронные состояния. Учет конечной толщины барьера позволяет уточнить условия существования поверхностных электронных состояний.

Для нахождения спектра электронных состояний представим решение уравнения (1) в следующем виде:

$$\begin{aligned} y > a, \psi_k &= A_k e^{-\chi y + i k_x x}, \chi = \sqrt{k_x^2 - \frac{2m_e \varepsilon_k}{\hbar^2}} > 0. \\ -a \leq y \leq a, \psi_k &= (B_k e^{i k_y y} + C_k e^{-i k_y y}) e^{i k_x x}, \\ y < -a; \psi_k &= D_k e^{\chi y + i k_x x}, k = \sqrt{\frac{2m U_0}{\hbar^2} - \chi^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Видно, что волновая функция осциллирует, а вне слоя ее амплитуда убывает по экспоненциальному закону. Воспользовавшись условиями непрерывности волновых функций и их производных на плоскостях $y = \pm a$, получим дисперсионное соотношение в виде:

$$\chi = k \operatorname{tg} ka. \quad (3)$$

При этом: $2B_k \cos ka = A_k e^{-\chi a}$, $C_k = B_k$, $D_k = A_k$.

При условии $ka \ll 1$ из формулы (3) находим спектр поверхностных электронных состояний $\chi = \frac{2m U_0}{\hbar^2} a$. Таким образом, условие существования поверхностных состояний с законом дисперсии

$$\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_e} - \frac{2m_e U_0^2 a^2}{\hbar^2} \quad (4)$$

определяется неравенством:

$$\frac{\hbar^2}{2m_e a^2} \gg U_0.$$

Область локализации электронов превосходит толщину слоя $2a$. Полагая, что зависимость потенциального барьера имеет вид $U(y) = -V_0 \delta(y)$, $V_0 > 0$ и учитывая равенство волновых функций на границе и разрыв их производных, получим следующий закон дисперсии поверхностных электронных состояний:

$$\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_e} - \frac{m_e V_0^2}{2\hbar^2} \quad (5)$$

Если ввести обозначения $\chi_0 = \sqrt{\frac{2m U_0}{\hbar^2}}$, $\frac{\chi}{\chi_0} = \eta$, то уравнение (4) можно

представить в виде:

$$\eta = \sqrt{1 - \eta^2} \operatorname{tg} \left(\chi_0 a \sqrt{1 - \eta^2} \right). \quad (6)$$

Зависимость $\eta(\chi a)$, определяющая область существования поверхностных электронных состояний, представляет собой набор кривых, аналогичных дисперсионным характеристикам для электромагнитных полей, распространяющихся в слое диэлектрика. Ограничимся случаем $\chi_0 a \ll 1$. Принимая во внимание, что плотность электронов $N(y) = \sum_k \psi_k^* \psi_k$, получаем

$$N(y) = N_0 e^{-2\chi|y|}. \quad (7)$$

Предполагается, что электроны в слое компенсируются фоном положительно заряженных частиц.

Предположим далее, что через слой проходит внешний поток электронов из области «1» в область «2». Частицы в пучке описываются волновыми функциями:

$$\begin{aligned} \psi_0^{(p)} &= f_p \exp i(k_{yp} y - \omega_{k0} t), \quad \omega_{k0} = \frac{E_{k0}}{\hbar}; \\ k_1 &= k_2 = -k_3; \quad k_0 = \sqrt{\frac{2mE_{k0}}{\hbar^2}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где E_{k0} – энергия частицы, падающей на слой, m – ее масса, индексы $p = 1, 2, 3$ соответствуют волновым функциям для падающих, прошедших и отраженных частиц. Связь амплитуд волновых функций $\psi_0^{(p)}$ определяется из граничных условий. Полагая, что толщина слоя бесконечно мала, считаем, что зависимость потенциала $U(y)$ имеет δ – образный характер. Граничные условия для $\psi_0^{(p)}$ при $y = 0$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \psi_0^{(1)} + \psi_0^{(3)} &= \psi_0^{(2)}, \\ \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial \psi_0^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial \psi_0^{(3)}}{\partial y} - \frac{\partial \psi_0^{(2)}}{\partial y} \right) &= V_0 \psi_0^{(2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из выражения (9) получаем $f_2 = \frac{k_0}{k_0 - i\chi} f_1$, $f_3 = \frac{i\chi}{k_0 - i\chi} f_1$. Амплитуда связ-

на с концентрацией электронов в пучке соотношением $|f_1|^2 = n_0$. Для описания взаимодействия потока частиц с электромагнитными колебаниями, обусловленными коллективным поведением $2D$ электронного газа, будем исходить из следующей системы уравнений для каждой из сред:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= 0; \\ \operatorname{div} \varepsilon(y) \vec{E} &= 4\pi e(n + N); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e \frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} &= 0; \\
e \frac{\partial n^{(p)}}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}^{(p)} &= 0,
\end{aligned}
\tag{10}$$

где $n^{(p)}, \vec{j}^{(p)}, N, \vec{J}$ – неравновесные концентрации носителей и токи, создаваемые полями в пучке и слое.

Систему уравнений (10) необходимо дополнить материальными уравнениями. Концентрацию в пучке определим через возмущенную $\Psi^{(r)}$ и невозмущенную $\Psi_0^{(p)}$ волновые функции электронов и векторный потенциал A , связанный с электрическим полем соотношением $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}$; ($r = 1, 2$) (калибровка выбрана таким образом, чтобы скалярный потенциал $\varphi = 0$). Возмущенная волновая функция $\Psi^{(r)}$ в первом приближении по A находится из уравнений Шредингера для каждой из сред:

$$\begin{aligned}
i\hbar \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial t} - H^{(0)} \Psi^{(1)} &= H^{(1)} (\Psi_0^{(1)} + \Psi_0^{(3)}), \quad y < 0; \\
H^{(0)} &= -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m}; \quad H^{(1)} = \frac{ie\hbar}{2mc} (\vec{\nabla} \vec{A}_1 + \vec{A}_1 \vec{\nabla}); \\
\hbar \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial t} - H^{(0)} \Psi^{(2)} &= H^{(2)} \Psi_0^{(2)}, \quad y > 0; \\
H^{(2)} &= \frac{ie\hbar}{2mc} (\vec{\nabla} \vec{A}_2 + \vec{A}_2 \vec{\nabla}).
\end{aligned}
\tag{11}$$

Тогда концентрации электронов и токи в пучке можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned}
n &= n^{(1)} + n^{(3)}; \quad n^{(p)} = \Psi_0^{(p)} \Psi^{(1)*} + \Psi_0^{(p)*} \Psi^{(1)}; \quad p = 1, 3; \quad y < 0; \\
\vec{j} &= \vec{j}^{(1)} + \vec{j}^{(3)}; \\
\vec{j}^{(p)} &= \frac{ie\hbar}{2m} \{ \Psi^{(1)} \nabla \Psi_0^{(p)*} - \Psi^{(1)*} \nabla \Psi_0^{(p)} + \Psi_0^{(p)} \nabla \Psi^{(1)*} - \\
&\quad - \Psi_0^{(p)*} \nabla \Psi^{(1)} \} - \frac{e^2}{mc} |f_p|^2 A_1; \quad p = 1, 3. \\
n &= n^{(2)}; \quad n^{(2)} = \Psi_0^{(2)} \Psi^{(2)*} + \Psi_0^{(2)*} \Psi^{(2)}; \quad y > 0; \\
\vec{j} &= \vec{j}^{(2)}; \\
\vec{j}^{(2)} &= \frac{ie\hbar}{2m} \{ \Psi^{(2)} \nabla \Psi_0^{(2)*} - \Psi^{(2)*} \nabla \Psi_0^{(2)} + \Psi_0^{(2)} \nabla \Psi^{(2)*} - \\
&\quad - \Psi_0^{(2)*} \nabla \Psi^{(2)} \} - \frac{e^2}{mc} |f_p|^2 A_2
\end{aligned}
\tag{12}$$

Ток в слое $\vec{J} = [\vec{J}, 0]$ определяется следующим соотношением:

$$J = -\frac{e^2 N(y)}{m_e c} A_{1x}$$

Пространственную дисперсию проводимости слоя, обусловленную переходами электронов между различными состояниями вследствие их рассеяния на потенциале мы учитываем, полагая температуру электронов равной нулю. На границе раздела сред $y = 0$ выполняются электродинамические условия:

$$\begin{aligned} A_{1x}(0) &= A_{2x}(0); \\ \varepsilon_{01} \frac{\partial^2 A_{1y}}{\partial t^2} + \varepsilon_{02} \frac{\partial^2 A_{2y}}{\partial t^2} + 4\pi c (\vec{J}_y^{(1)} + \vec{J}_y^{(3)} - \vec{J}_y^{(2)}) &= \frac{4\pi e^2 N_0 d}{m} \frac{\partial A_{1x}}{\partial x}; \\ d &= \frac{\hbar^2}{m V_0}, \end{aligned} \quad (13)$$

а также условия для возмущенных волновых функций электронов пучка:

$$\begin{aligned} \Psi^{(1)}(0) &= \Psi^{(2)}(0); \\ \left. \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial y} \right|_{y=0} &= 2\chi \Psi^{(1)}(0). \end{aligned}$$

Поскольку взаимодействие волн и частиц предполагается слабым, то решение приведенных уравнений находится методом последовательных приближений. В первом приближении полагаем концентрацию электронов пучка и частоту столкновений равной нулю $n_0 \rightarrow 0$; $\nu \rightarrow 0$. Тогда решение системы уравнений Максвелла и материальных уравнений можно представить через величину векторного потенциала. Поскольку $\text{rot } \vec{A} = 0$; $\text{div } \vec{A} = 0$ имеем:

$$\begin{aligned} A_{1x} &= A e^{-qy} \cos \alpha; \quad A_{1y} = -A e^{-qy} \sin \alpha; \quad y > 0; \\ A_{2x} &= A e^{qy} \cos \alpha; \quad A_{2y} = A e^{qy} \sin \alpha; \quad y < 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\alpha = qx - \omega_s t + \theta$, $\omega_s = \left[\frac{4\pi e^2 N_0 q d}{m_e (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \right]^{1/2} = \omega_0 \left[\frac{q d}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \right]^{1/2}$ — частота плазмоннов двумерного электронного газа, $\omega_0 = \left[\frac{4\pi e^2 N_0}{m_e} \right]^{1/2}$ $N_0 d = N_{0s}$ — поверхностная плотность заряда.

Если диэлектрические проницаемости сред 1–2 обладают частотной дисперсией $\varepsilon_i = \varepsilon_{0i} - \frac{\omega_{0i}^2}{\omega^2}$ то частота поверхностных плазмоннов

$$\omega_s = \frac{\Omega_s}{\sqrt{\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02}}}, \text{ где } \Omega_s = \sqrt{\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2 + \omega_0^2 q d}.$$

Учтем теперь конечную плотность пучка и получим уравнение, описывающее медленное изменение во времени амплитуды поля плазмона $\left| \frac{\partial A}{\partial t} \right| \ll \omega_s A$. Для этого необходимо, подставив в правую часть уравнений

(12) выражения для потенциала (13), найти их решения, удовлетворяющие граничному условию. Затем следует найти возмущенные концентрации электронов и токи в пучке, поля, создаваемые промодулированным пучком и удовлетворить граничным условиям.

Решение уравнения Шредингера представляет собой сумму решений однородного и неоднородного уравнений. Из правой части уравнений (11) следует, что их решения описывают состояния электронов с энергиями $\hbar\omega_{\pm} = \hbar(\omega_{k_0} \pm \omega_s)$, возникающими в результате их взаимодействия с плазмонами. Поэтому, возмущенным волновым функциям $\psi^{(r)}$ в дальнейшем снизу будем приписывать индексы «+» или «-». Тогда $\psi^{(r)} = \psi_+^{(r)} + \psi_-^{(r)}$. Таким образом, решения уравнений (11) с граничными условиями принимают вид:

$$\begin{aligned} \psi_{\pm}^{(1)} &= -i \frac{\Omega}{2\omega_s} \psi_0^{(1)} F_1^{\pm} e^{\pm i\alpha}; \\ \psi_{\pm}^{(2)} &= i \frac{\Omega}{2\omega_s} \psi_0^{(2)} F_2^{\pm} e^{\pm i\alpha}; \\ F_1^{\pm} &= \left(1 - \frac{k_0 + i\chi}{k_{\pm} - i\chi} \right) e^{-i(k_0 + k_{\pm})y} - e^{-qy} \left[1 - \frac{i\chi}{k_0 - i\chi} e^{-2ik_0 y} \right]; \\ F_2^{\pm} &= \left(\frac{k_0 + i\chi}{k_{\pm} - i\chi} \right) e^{i(k_{\pm} - k_0)y} - \frac{k_0}{k_0 - i\chi} e^{-qy}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$\hbar\Omega = \frac{ev_0 A}{c}; \quad v_0 = \frac{\hbar k_0}{m}; \quad k_{\pm} = \sqrt{k_0^2 \pm \frac{2m\omega_s}{\hbar}}.$$

Тогда выражения для концентрации $n^{(p)} = n_+^{(p)} + n_-^{(p)}$ приобретают вид:

$$\begin{aligned} n^{(1)} &= \Psi_0^{(1)*} (\Psi_+^{(1)} + \Psi_-^{(1)}) + \kappa.c. = \\ &= -i \frac{\Omega n_0}{2\omega_s} (F_1^+ e^{i\alpha} + F_1^- e^{-i\alpha}) + \kappa.c.; \\ n^{(2)} &= \Psi_0^{(2)*} (\Psi_+^{(2)} + \Psi_-^{(2)}) + \kappa.c. = \\ &= i \frac{\Omega k_0 n_0}{2\omega_s (k_0 + i\chi)} (F_2^+ e^{i\alpha} + F_2^- e^{-i\alpha}) + \kappa.c.; \\ n^{(3)} &= \Psi_0^{(3)*} (\Psi_+^{(1)} + \Psi_-^{(1)}) + \kappa.c. = \end{aligned} \quad (16)$$

$$= -\frac{\chi^2 \Omega k_0 n_0}{2\omega_s (k_0 + i\chi)} e^{2ik_0 y} (F_1^+ e^{i\alpha} + F_1^- e^{-i\alpha}) + \text{к.с.}$$

Ограничимся случаем: $k_0^2 \gg \frac{\omega_s^2}{v_0^2}$. Тогда имеем: $k_{\pm} = k_0 \pm \frac{\omega_s}{v_0}$. Это значит, что

разброс импульсов Δp относительно p_0 очень мал, то есть $\Delta p v_0 \ll \hbar \omega_s$. В результате получим выражения для возмущенных концентраций:

$$n^{(2)} = 2 \frac{\Omega k_0 n_0}{(k_0^2 + \chi^2)^2 v_0} \left[(k_0^2 + \chi^2) \sin \left(\alpha + \frac{\omega_s}{v_0} y \right) - \frac{\omega_s}{v_0} \frac{k_0^2 - \chi^2}{k_0^2 + \chi^2} \cos \left(\alpha + \frac{\omega_s}{v_0} y \right) \right], \quad (17)$$

$$n^{(3)} = 4 \frac{\chi^2 \Omega k_0 n_0}{(k_0^2 + \chi^2)^2 v_0} [(k_0^2 + \chi^2) \sin \left(\alpha - \frac{\omega_s}{v_0} y \right)].$$

Выражение для $n^{(1)}$ мы не приводим, так как оно не вносит вклад в инкремент. Используя формулу (2) введем параметры:

$$Z_2 = 2 \frac{k_0^2 (k_0^2 - \chi^2)}{(k_0^2 + \chi^2)^2}; \quad Z_3 = 4 \frac{k_0^2 \chi^2}{(k_0^2 + \chi^2)^2}.$$

Тогда, полагая $v_1 = v_2$, получим выражение для инкремента:

$$\gamma = \frac{\omega_b^2 q v_0}{\Omega_s^2} \left(1 + \frac{U_0^2 a^2}{\hbar^2 v_0^2} \right)^{-1}. \quad (18)$$

Здесь $V_0 = 2U_0 a$.

Если на границе сред не учитывать наличие барьера ($U_0 \rightarrow 0$), то имеем

$$\gamma = \frac{\omega_b^2 q v_0}{\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2}. \text{ Видно, что учет потенциального барьера приводит к уменьшению инкремента и при } U_0 \rightarrow \infty \text{ он обращается в нуль. В случае, когда среды 1-2 не обладают частотной дисперсией, то инкремент приобретает вид:}$$

$$\gamma = \frac{\omega_b^2 v_0}{\omega_b^2 d} \left(1 + \frac{U_0^2 a^2}{\hbar^2 v_0^2} \right)^{-1}. \quad (19)$$

Таким образом, величина инкремента обратно пропорциональна времени пролета частицей области локализации 2 D электронного газа.

Количественные оценки. Приведем численные оценки для гетероструктуры *AlGaAs–GaAs* с двумерным электронным газом на границе. Для типичных значений пучка:

$$\Omega_{ss} = 10^{12} \text{ с}^{-1}, \quad d = 10^{-7} \text{ см}, \quad q_X = 10^2 \text{ см}^{-1}, \quad V_0 = 10^{12} \text{ с}^{-1}$$

инкремент достигает величины 0,1 Ω_s , что превосходит частоту столкнове-

ний носителей в полупроводниковой структуре. Таким образом, величина инкремента превосходит затухание плазмонов, обусловленное процессами рассеяния электронов, что означает возможность развития подобных неустойчивостей.

Выводы

1. Исследованы механизмы взаимодействия потока заряженных частиц, наведенных внешним ЭМИ с собственными электромагнитными колебаниями двумерного электронного слоя на границе раздела сред. Получено кинетическое уравнение, описывающее изменение числа колебаний системы пучок – двумерный слой, определен инкремент их неустойчивости.

2. Определены механизмы влияния границы на взаимодействие поверхностных колебаний и электронов при наличии потенциального барьера. В качестве объекта исследований рассмотрены поверхностные плазмоны.

3. Проведен сравнительный анализ неустойчивостей плазменных колебаний в условиях, когда взаимодействие волн и частиц происходит при наличии потенциального барьера и без него. Показано, что величина инкремента связана с изменением размеров области взаимодействия волн и частиц.

Список литературы: 1. *Мырова Л.О., Чепиженко А.З.* Обеспечение стойкости аппаратуры связи к ионизирующим электромагнитным излучениям. – М.: Радио и связь, 1988. – 235 с. 2. *Михайлов М.И., Разумов Л.Д., Соколов С.А.* Электромагнитные влияния на сооружения связи. – М.: Радио и связь, 1979. – 225 с. 3. *Стил М., Вюраль Б.* Взаимодействие волн в плазме твердого тела. – М.: Атомиздат, 1973. – 312 с. 4. *Белецкий Н.Н., Светличный В.М., Халамейда Д.Д., Яковенко В.М.* Электромагнитные явления СВЧ-диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах. – К.: Наукова думка, 1991. – 216 с. 5. *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. – М.: Мир, 1984. – 456 с.

Поступила в редакцию 15.04.2012.